Introduzione al Problem Solving in Fisica

Scuola Normale Superiore

Daniele B. Provenzano, Nico Kleijne, Fabio Zoratti,
Antonio Lombardi, Daniele R. Pavarini

giugno/luglio 2024

Scaletta

1. Presentazioni
2. Preparazione
3. Problemi
   - Logica e buonsenso
   - Analisi dimensionale
   - Stime
   - Meccanica
   - Altro

Daniele Battesimo Provenzano (daniele.provenzano@sns.it)

`https://uz.sns.it/~Batpov/`

- Laurea in Fisica della Materia, SNS;
- Dottorando in Fisica, SNS;
- Vice Ispettore Tecnico, Polizia Scientifica;
- Organizzatore della Gara a Squadre di Fisica;
- Insegnate/tutor per gli stage di Fisica SNS, SSC e "Ad un passo dalle IPhO".

Nico Kleijne (nico.kleijne@sns.it)

- Laureato in Fisica all'Università di Pisa e alla SNS;
- Dottorando in Fisica Sperimentale delle Alte Energie della SNS;
- Membro dell'esperimento LHCb al CERN di Ginevra.

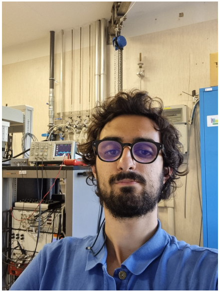
Fabio Zoratti (fabio.zoratti@sns.it)

https://fabiozoratti.it/

- Laureato in Fisica Teorica, SNS;
- Dottorando della SNS, quantum information;
- Ideatore dello Stage di Fisica SNS;
- Responsabile nazionale del progetto Gara a Squadre di Fisica;
- Membro attivo fibonhack, parte del comitato organizzatore OliCyber.

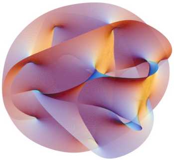
Antonio Lombardi (antonio.lombardi@sns.it)

- Laureando in Nanoscienze (Materials and Nanotechnology), SNS;
- Prossimamente PhD a TU-Delft (Paesi Bassi);
- Organizzatore della Gara a Squadre di Fisica e dello Stage di Fisica SNS;
- Secondo classificato alle PLANCKS 2023.



Daniele Romano Pavarini (daniele.pavarini@sns.it)

- Quasi laureato in Fisica Teorica, SNS;
- Studio $\mathcal{N} = 4$ super-Yang-Mills e Teoria delle Stringhe;
- Vincitore delle PLANCKS 2023;
- Prossimamente PhD all'Imperial College di Londra;
- Direttore esecutivo dello spostamento dei tavoli durante la Gara a Squadre di Fisica 2023.



Olimpiadi di Fisica

- Competizione individuale, alla 38esima edizione, suddivisa in varie fasi:
  - Gara di primo livello, a metà dicembre;
  - Gara locale, metà febbraio;
  - Gara Nazionale, a metà aprile;
  - EuPhO, giugno-luglio;
  - IPhO, luglio;
- Problemi a risposta aperta, è importante giustificare i passaggi;
- In totale partecipano circa 40.000 studenti.
- L'iscrizione deve farla la vostra scuola;
- Di solito il bando esce a metà ottobre, le iscrizioni chiudono verso fine novembre;
- **Iscrivetevi**.

olifis.it

AIF

Gara a Squadre di Fisica

- Progetto nato nel 2023; gara che si affianca alla competizione individuale;
- Problemi a risposta numerica;
- Sistema di punteggi dinamico;
- Circa 250 scuole coinvolte al momento.
- **Iscrivetevi**.

gas.olifis.it

Stage di Fisica a Pisa

- Progetto nato nel 2017; una settimana di lezioni e laboratori nei luoghi della SNS;
- Tutto il materiale è disponibile pubblicamente online;
- C'è un test di ammissione;
- **Iniziate a guardare il sito dal 10 ottobre per scoprire le informazioni sullo Stage 2025.**

stagefisica.sns.it

Problemi

Piombo o paglia?

Pesa di più $1\,\mathrm{kg}$ *di piombo o* $1\,\mathrm{kg}$ *di paglia?*

Pesa di più $1\,\mathrm{kg}$ di piombo o $1\,\mathrm{kg}$ di paglia?

Definizione di massa: **quantità di protoni, neutroni ed elettroni contenuti in un corpo.**

Traduzione matematica: $m = N_{\mathrm{p}} m_{\mathrm{p}} + N_{\mathrm{n}} m_{\mathrm{n}} + N_{\mathrm{e}} m_{\mathrm{e}}$.

Le masse sono uguali ma la bilancia misura una forza, non una massa. A parte la reazione vincolare della bilancia (detta *normale*), quali sono le forze in gioco?

- Forza peso $F_p = mg$,
- Forza di Archimede $F_A = \rho_{\mathrm{aria}}\, gV$.

Sulla bilancia leggiamo una quantità che è proporzionale alla *normale*:

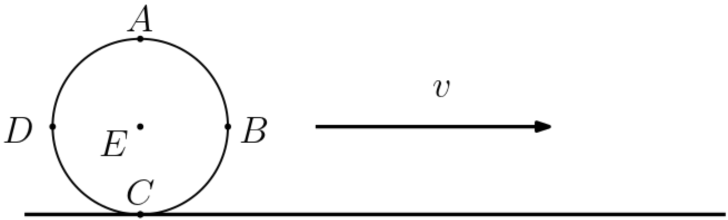
$$m^* = \frac{F_p - F_A}{g} = m - \rho_{aria}\, V.$$

La paglia è molto meno densa del piombo, quindi il volume che essa occupa è molto più grande. Di conseguenza, la spinta di Archimede che agisce sulla paglia è più grande di quella che agisce sul piombo. Quindi la massa letta sulla bilancia è più grande per il piombo!

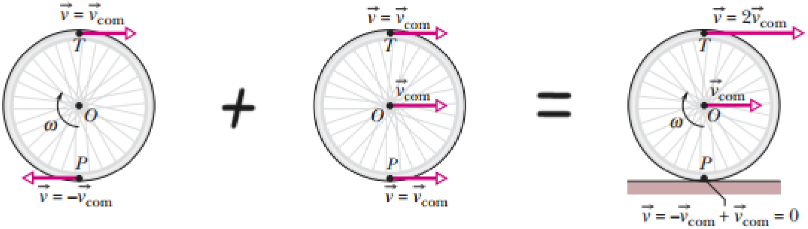
Ruota che rotola

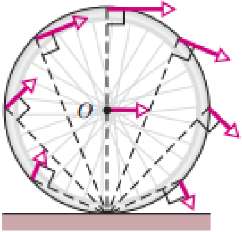
Ammissione SNS 2013, versione semplificata

Consideriamo una ruota che rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Se le scattassimo una foto, quale punto apparirebbe più nitido?



Ruota che rotola: composizione delle velocità



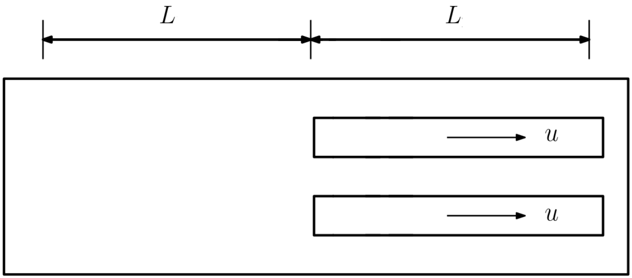


Ruota che rotola: il punto più basso è fermo e nitido!

Nastro trasportatore

Ammissione SNS 2012, versione semplificata

Il corridoio che separa la sala di attesa dell'aeroporto dal gate del vostro volo è costituito per metà da pavimento e per la restante metà da lunghi nastri trasportatori. Normalmente vi spostate camminando ma, se siete in ritardo, potete anche correre. Dato che non siete in grado di farlo per l'intera lunghezza del corridoio, vi conviene correre sui nastri trasportatori o sul pavimento[1]*?*



[1] In seguito, supporremo di poter correre solo su uno dei due tratti per volta.

Nastro trasportatore

Grandezze in gioco:

- $L = 150\,\mathrm{m}$, lunghezza dei due tratti;
- $u = 1.5\,\mathrm{m/s}$, velocità del nastro trasportatore;
- $v_{\mathrm{camminata}} \approx u$, velocità della camminata;
- $v_{\mathrm{corsa}} = 6\,\mathrm{m/s}$, velocità della corsa;
- $t_{\mathrm{corsa}} = 15\,\mathrm{s}$, tempo per cui possiamo correre prima di stancarci;

- Corsa su pavimento:

$$t_1 = t_{\mathrm{corsa}} + \frac{L - v_{\mathrm{corsa}}\, t_{\mathrm{corsa}}}{v_{\mathrm{camminata}}} + \frac{L}{v_{\mathrm{camminata}} + u}.$$

- Corsa su nastro:

$$t_2 = \frac{L}{v_{\mathrm{camminata}}} + t_{\mathrm{corsa}} + \frac{L - (v_{\mathrm{corsa}} + u)\, t_{\mathrm{corsa}}}{v_{\mathrm{camminata}} + u}.$$

Nastro trasportatore

Le due espressioni nella diapositiva precedente valgono solamente nell'ipotesi in cui $t_{\text{corsa}} < L/(v_{\text{corsa}} + u)$. I valori numerici proposti precedentemente rispettano questa disuguaglianza. Calcoliamo la differenza tra i due tempi:

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= -\frac{v_{\text{corsa}}\, t_{\text{corsa}}}{v_{\text{camminata}}} + \frac{(v_{\text{corsa}} + u)\, t_{\text{corsa}}}{v_{\text{camminata}} + u} = \\ &= \frac{u(v_{\text{camminata}} - v_{\text{corsa}})\, t_{\text{corsa}}}{(v_{\text{camminata}} + u)\, v_{\text{camminata}}} < 0. \end{aligned}$$

Quindi, correre sul pavimento fa risparmiare tempo!

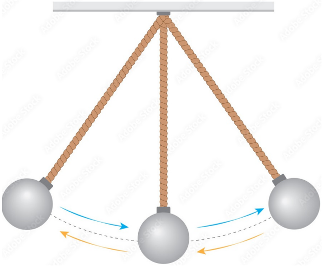
Notate che la differenza di tempi è indipendente dalla lunghezza del corridoio! Questa caratteristica vale solo nel caso in cui i due tratti abbiano la stessa lunghezza.

Sostituendo i valori proposti nella diapositiva precedente, si trova che il tempo risparmiato è $9\,\text{s}$.

Analisi dimensionale: il periodo del pendolo

Consideriamo un pendolo semplice, cioè un oggetto di massa m *appeso all'estremo di una fune inestensibile di lunghezza* ℓ *e immerso nel campo gravitazionale terrestre, in cui l'accelerazione è* g*. L'altro estremo della fune è attaccato al soffitto.*

In che modo il suo periodo è legato alle altre grandezze che caratterizzano il sistema?



Analisi dimensionale: il periodo del pendolo

Le quantità che potrebbero contribuire al risultato sono:

- la massa m dell'oggetto, con dimensioni $[m] = \mathsf{kg}$;
- il modulo dell'accelerazione di gravità g, con dimensioni $[g] = \mathsf{m/s}^2$;
- la lunghezza ℓ della fune, con dimensioni $[\ell] = \mathsf{m}$.

Cerchiamo una loro combinazione del tipo

$$T = C\, m^\alpha g^\beta \ell^\gamma,$$

dove C è una costante adimensionale e gli esponenti sono da determinare. Le unità di misura di questa equazione sono

$$\mathsf{s} = \mathsf{kg}^\alpha \left(\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}^2}\right)^\beta \mathsf{m}^\gamma.$$

Per far sì che l'equazione abbia le stesse dimensioni a destra e a sinistra, c'è bisogno che

$$\begin{cases} 1 = -2\beta, \\ 0 = \alpha, \\ 0 = \beta + \gamma. \end{cases}$$

Analisi dimensionale: il periodo del pendolo

La soluzione del sistema è $\alpha = 0$, $\beta = -1/2$, $\gamma = 1/2$. La risposta è quindi

$$T = C\, m^0\, g^{-1/2}\, \ell^{1/2} = C\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

In effetti, sappiamo che, per piccole oscillazioni, il risultato esatto è

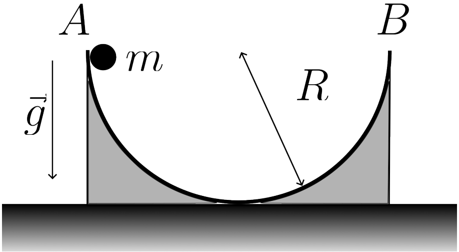
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

Per grandi oscillazioni, la costante è diversa ma la dipendenza da ℓ e g è identica e non può essere altrimenti.

Risultato: abbiamo indovinato la dipendenza dalle altre grandezze dimenticandoci della Fisica!

Un oggetto di massa $m = 1\,\mathrm{kg}$ si muove senza attrito su una guida semicircolare fissata al suolo. Sappiamo che l'oggetto impiega $t_0 = 2.2\,\mathrm{s}$ per andare da A a B partendo da fermo.

Se il raggio della guida raddoppiasse, quanto tempo impiegherebbe l'oggetto per andare da A a B?



Riscalare il tempo

Le quantità che potrebbero contribuire al risultato sono:

- la massa m dell'oggetto, con dimensioni $[m] = \text{kg}$;
- il modulo dell'accelerazione di gravità g, con dimensioni $[g] = \text{m}/\text{s}^2$;
- il raggio R della guida, con dimensioni $[R] = \text{m}$.

Cerchiamo una loro combinazione del tipo

$$T = C\, m^\alpha g^\beta R^\gamma,$$

dove C è una costante adimensionale e gli esponenti da determinare. Le unità di misura di questa equazione sono

$$\text{s} = \text{kg}^\alpha \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^\beta \text{m}^\gamma,$$

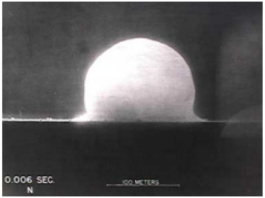
da cui si ricava $\alpha = 0$, $\beta = -1/2$, $\gamma = 1/2$. Il tempo richiesto è quindi proporzionale alla radice quadrata del raggio della guida. Allora

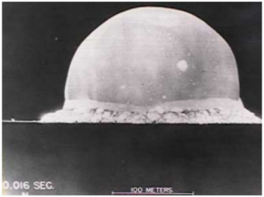
$$t_0 = C\sqrt{\frac{R_0}{g}}, \qquad t' = C\sqrt{\frac{R'}{g}} \quad \Longrightarrow \quad t' = t_0\sqrt{\frac{R'}{R_0}} = \sqrt{2}\, t_0.$$

Fireball atomica

Finale Nazionale GaS 2024

Quando esplode una bomba atomica, una fireball (“palla di fuoco”) si crea e si espande rapidamente. La fireball della prima bomba atomica aveva un raggio di $80\,\mathrm{m}$ *dopo* $0.006\,\mathrm{s}$ *dall’esplosione. Sapendo che il modo in cui la fireball si espande nel tempo dipende soltanto dall’energia sprigionata dalla bomba e dalla densità dell’aria, quanto era grande il raggio della fireball dopo* $0.016\,\mathrm{s}$ *dall’esplosione?*





Fireball atomica

Il testo stesso ci dice che il raggio della fireball dipende dall'energia E sprigionata dalla bomba e dalla densità dell'aria ρ. Quale altra grandezza manca? Per avere un fronte che si espande nel tempo, serve il tempo stesso t!

Cerchiamo una combinazione di t, E e ρ con le dimensioni di una lunghezza, del tipo

$$R = C\, t^{\alpha} E^{\beta} \rho^{\gamma},$$

dove α, β e γ sono numeri reali. Convertendo quest'espressione tra grandezze in equazione tra dimensioni, troviamo

$$[\mathsf{m}] = [\mathsf{s}]^{\alpha} \left(\frac{[\mathsf{kg}]\,[\mathsf{m}]^2}{[\mathsf{s}]^2} \right)^{\beta} \left(\frac{[\mathsf{kg}]}{[\mathsf{m}]^3} \right)^{\gamma}.$$

Importante: nell'analisi dimensionale, la conversione da grandezze a unità di misura va fatta usando solo le unità di misura fondamentali! Quindi bisogna convertire eventuali J, W, N... in espressioni contenenti m, s, kg, C e K.

Fireball atomica

Eguagliando le dimensioni di entrambi i membri, si ottiene il sistema

$$\begin{cases} 1 = 2\beta - 3\gamma, \\ 0 = \alpha - 2\beta, \\ 0 = \beta + \gamma, \end{cases}$$

la cui soluzione è $\alpha = 2/5$, $\beta = 1/5$, $\gamma = -1/5$. Possiamo quindi scrivere

$$R(t) = C\, t^{2/5} E^{1/5} \rho^{-1/5},$$

dove C è una costante adimensionale, da cui

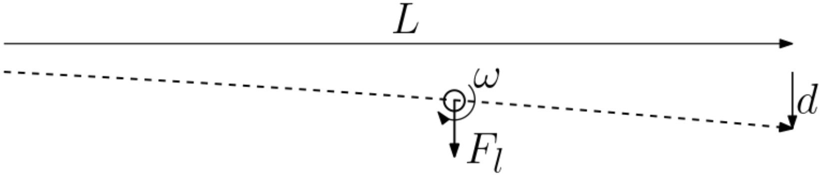
$$R(t_2) = R(t_1) \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^{2/5} \approx 106\,\mathrm{m},$$

dove $t_1 = 0.006\,\mathrm{s}$ e $t_2 = 0.016\,\mathrm{s}$.

Palla da baseball

Ammissione SNS 2015

Una palla da baseball può essere lanciata con una rotazione intorno al proprio asse per ottenere una "palla curva".



Date le seguenti quantità, stimate la forza laterale F_l *e la deflessione* d *usando l'analisi dimensionale. Assumete che la forza* F_l *sia direttamente proporzionale a* ω *e che la costante adimensionale* C *sia dell'ordine dell'unità.*

$$m = 0.145\,\mathrm{kg}, \qquad R = 3.7\,\mathrm{cm}, \qquad v = 36\,\mathrm{m/s},$$

$$\omega = 227\,\mathrm{rad/s}, \qquad L = 18\,\mathrm{m}, \qquad \rho_a = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}.$$

Palla da baseball

La forza F_l è sicuramente indipendente dalla massa della palla - è una forza dovuta al fluido in cui il corpo si muove - e dalla distanza percorsa.
Usando l'ipotesi che F_l sia direttamente proporzionale a ω, si ha

$$F_l = C\rho_a^\alpha \, \omega \, v^\beta R^\gamma,$$

le cui unità di misura sono

$$\frac{\mathsf{kg}\cdot\mathsf{m}}{\mathsf{s}^2} = \left(\frac{\mathsf{kg}}{\mathsf{m}^3}\right)^\alpha \left(\frac{1}{\mathsf{s}}\right)\left(\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}\right)^\beta \mathsf{m}^\gamma,$$

da cui $\alpha = 1$, $\beta = 1$ e $\gamma = 3$. In conclusione, dato che il testo ci suggerisce che $C \approx 1$, troviamo

$$F_l \approx \rho_a \, \omega \, vR^3 \approx 0.5\,\mathsf{N}.$$

Palla da baseball

Dato che ci si aspetta una piccola deflessione, si può assumere che la forza laterale sia sempre perpendicolare alla direzione iniziale di volo. La palla segue una traiettoria parabolica e la deflessione è data da

$$d \approx \frac{1}{2} a_l \, t^2,$$

dove

$$a_l = \frac{F_l}{m} \qquad e \qquad t = \frac{L}{v}.$$

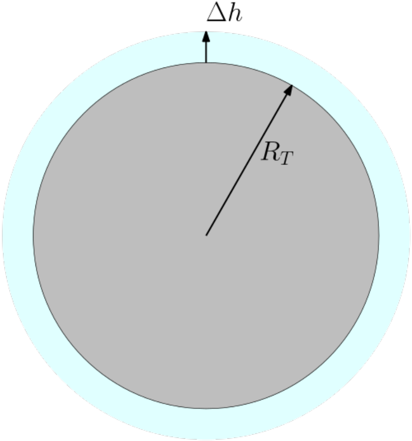
Il risultato finale è

$$d \approx \frac{F_l L^2}{2mv^2} = \frac{\rho_a \, \omega L^2 R^3}{2mv} = 0.44 \, \mathrm{m}.$$

Domanda: si può trovare un risultato simile usando **solo** l'analisi dimensionale? No! Ci sarebbero troppe incognite e poche equazioni.

Quante molecole ci sono nell'atmosfera terrestre?

Qualifica GaS 2023



Quante molecole ci sono nell'atmosfera terrestre?

1. La gravità terrestre attrae le molecole nell'atmosfera: è il peso di tutte le molecole a causare la pressione atmosferica P_0.
2. La maggior parte delle molecole sono localizzate entro qualche decina di chilometri dalla superficie terrestre, quindi possiamo considerare uniforme l'accelerazione di gravità g a cui è soggetta ogni molecola.

La forza peso di tutte le molecole vale $M_{tot}\, g$. Allora la pressione sulla superficie terrestre vale

$$P_0 = \frac{M_{tot}\, g}{S} = \frac{M_{tot} g}{4\pi R_T^2} = \frac{N_{tot} \langle m \rangle g}{4\pi R_T^2}.$$

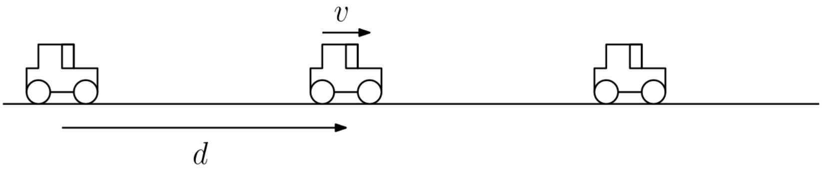
La massa totale è il prodotto tra il numero di molecole nell'aria e la massa media di una singola molecola. Più del 97% delle molecole in aria sono di azoto (N_2, 28 nucleoni) e ossigeno (O_2, 32 nucleoni), quindi il numero medio di nucleoni per molecola è circa 30. Segue che

$$N_{tot} = \frac{4\pi R_T^2 P_0}{30\, m_n g} \approx 10^{44}.$$

Portata di una strada

Ammissione SNS 2022, leggermente modificato

Quanto vale la portata massima di una strada a singola corsia (in numero di autoveicoli per ora), se tutte le auto si muovono a $70\,\mathrm{km/h}$ *e rispettano le opportune condizioni di sicurezza?*



La portata di una strada è il numero di automobili che passano per uno stesso punto nell'unità di tempo. Per semplicità, consideriamo automobili tutte uguali che viaggiano alla stessa velocità di crociera v. Quante automobili sono presenti in un tratto di strada lungo L?

$$n(v) = \frac{L}{d(v)},$$

dove d è la distanza tra i centri di due automobili consecutive.

Portata di una strada

Considerazione: le condizioni di sicurezza implicano che la densità delle auto in un dato tratto di strada diminuisce all'aumentare della loro velocità. La distanza d è una funzione della velocità! La portata, cioè il numero di auto che passano per un certo punto nell'unità di tempo, è

$$p(v) = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\rho(v)\, v\, \Delta t}{\Delta t} = \frac{n(v)}{L} v = \frac{v}{d(v)},$$

dove $\rho(v)$ è il numero di auto per unità di lunghezza della strada. Quanto vale $d(v)$?

$$\begin{aligned} d(v) &= l_{\text{auto}} + d_{\text{sicurezza}} = \\ &= l_{\text{auto}} + d_{\text{reazione}} + d_{\text{frenata}} = \\ &= l_{\text{auto}} + v t_{\text{reazione}} + \frac{v^2}{2\mu g}, \end{aligned}$$

dove μ è il coefficiente di attrito tra le gomme e l'asfalto. Dopo l'inchiodata, il moto è rettilineo uniformemente decelerato.

Portata di una strada

Quindi, la portata è

$$p(v) = \frac{v}{d(v)} = \frac{v}{l_{\text{auto}} + v\, t_{\text{reazione}} + \frac{v^2}{2\mu g}}.$$

Diamo un po' di numeri:

$$\begin{aligned} l_{\text{auto}} &\approx 4\,\mathsf{m}, \\ t_{\text{reazione}} &\approx 0.3\,\mathsf{s}, \\ \mu &\approx 0.8, \\ v &= 20\,\mathsf{m/s}. \end{aligned}$$

Sostituendo, viene fuori

$$\begin{aligned} p(v = 20\,\mathsf{m/s}) &\approx 0.57\,\mathsf{auto/s} \\ &\approx 2000\,\mathsf{auto/h}. \end{aligned}$$

Bicchiere d'acqua nell'oceano

Finale GaS 2023

Martin il pescatore si sporge dalla sua barca, riempie un bicchiere con acqua di mare (di massa molare pari a $18\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$) e lo svuota nuovamente in mare subito dopo. Moltissimi anni dopo, quando l'acqua presa nel bicchiere si è ormai rimescolata completamente in tutti i mari del pianeta (i quali ricoprono circa il 70% della superficie terrestre e sono profondi in media $4\,\mathrm{km}$), Martin si trova nuovamente sulla sua barca. Egli riempie una seconda volta lo stesso bicchiere.

Quante sono le molecole che Martin ha pescato entrambe le volte con il bicchiere?

Bicchiere d'acqua nell'oceano

Possiamo impostare la seguente proporzione:

$$x : n_{\text{bicchiere}} = n_{\text{bicchiere}} : N_{\text{oceano}}, \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{n_{\text{bicchiere}}^2}{N_{\text{oceano}}}.$$

Calcoliamo il volume degli oceani: esso è un sottile strato di spessore medio $h = 4\,\text{km}$ su una sfera di raggio R_T, dunque il suo volume è

$$V_{\text{oceano}} = f\,4\pi R_T^2 h,$$

dove $f = 0.7$. Indicando con M_{a} la massa molecolare dell'acqua e con N_A il numero di Avogadro, il numero di molecole di acqua nell'oceano è

$$N_{\text{oceano}} = V_{\text{oceano}}\,N_A\,\rho_{\text{a}}/M_{\text{a}},$$

mentre quelle nel bicchiere sono

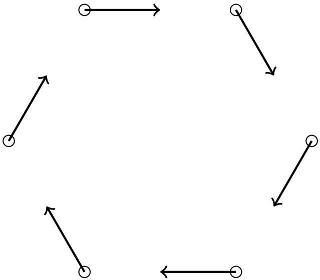
$$n_{\text{bicchiere}} = V_{\text{bicchiere}}\,N_A\,\rho_{\text{a}}/M_{\text{a}}.$$

Quindi

$$x = \frac{n_{\text{bicchiere}}^2}{N_{\text{oceano}}} = \frac{V_{\text{bicchiere}}^2\,\rho_{\text{a}} N_A}{4\pi R_T^2 h f M_a} \approx 10^3.$$

Formiche attraenti

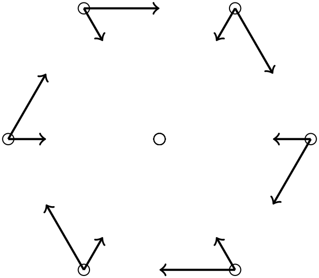
Ammissione SNS 2011, leggermente modificato



Sei formiche sono inizialmente poste ai vertici di un esagono di lato $l = 1\,\mathrm{m}$*. Ad un certo istante iniziano a muoversi tutte con velocità di modulo* $v = 1\,\mathrm{m/s}$ *costante, puntando istante per istante verso la posizione della formica più vicina, in senso orario.*

Dopo quanto tempo le sei formiche si ritrovano al centro dell'esagono iniziale?

Formiche attraenti

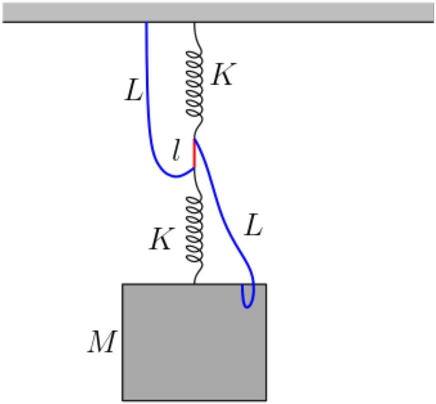


Per simmetria, le formiche rimarranno disposte ad esagono fino alla fine! Questo ci permette di capire che l'unica componente della velocità che influisce sul risultato è quella radiale, che è costante nel tempo e pari a

$$v_r = v\cos(60^\circ) = 0.5\,\mathrm{m/s}.$$

La distanza radiale che devono percorrere le formiche per incontrarsi al centro è pari a l, dunque il tempo impiegato è $t = 2\,\mathrm{s}$.

Molle in serie e in parallelo

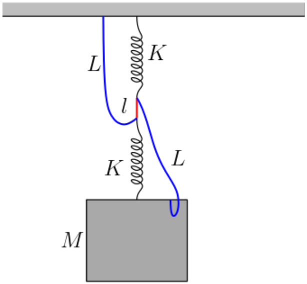


Cosa succede se tagliamo il filo rosso?

Molle in serie

Di solito il blocco si stabilizza ad una quota più bassa, ma in generale dipende dai parametri. Ad esempio, consideriamo

$$M = 1\,\text{kg}, \quad K = 250\,\text{N/m}, \quad l = 1\,\text{cm}, \quad L = 6\,\text{cm}, \quad g = 10\,\text{m/s}^2.$$



Per due molle identiche in serie vale

$$K_{\text{serie}} = \frac{K}{2},$$

da cui segue

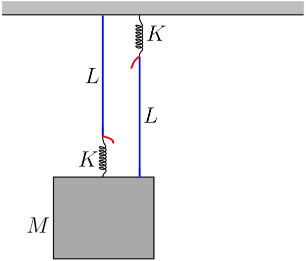
$$L_i = \frac{2Mg}{K} + l = 8\,\text{cm} + 1\,\text{cm} = 9\,\text{cm}.$$

Per due molle diverse in serie vale

$$K_{\text{serie}} = \left[\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right]^{-1}.$$

Molle in parallelo

$$M = 1\,\text{kg}, \quad K = 250\,\text{N/m}, \quad l = 1\,\text{cm}, \quad L = 6\,\text{cm}, \quad g = 10\,\text{m/s}^2.$$



Per due molle identiche in parallelo vale

$$K_{\text{parallelo}} = 2K,$$

da cui segue

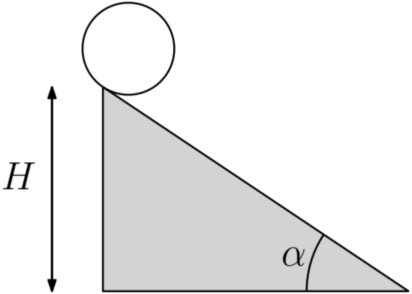
$$L_f = \frac{Mg}{2K} + L = 2\,\text{cm} + 6\,\text{cm} = 8\,\text{cm},$$

$$L_f = 8\,\text{cm} < 9\,\text{cm} = L_i.$$

Quindi il blocco si stabilizza ad una quota maggiore di quella iniziale!

Per due molle diverse in parallelo vale $K_{\text{parallelo}} = K_1 + K_2$.

Cilindro vuoto o cilindro pieno?



Se iniziano a rotolare nello stesso istante, quale arriva in fondo per primo?

Cilindro vuoto o cilindro pieno?

La condizione di puro rotolamento è $\omega = v/R$. Per la conservazione dell'energia, si ha

$$mgH = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left[mv^2 + I\frac{v^2}{R^2}\right].$$

La velocità finale del cilindro è

$$v = \sqrt{\frac{2mgH}{m + I/R^2}}, \quad \text{con} \quad I_{\text{vuoto}} = mR^2, \qquad I_{\text{pieno}} = \frac{1}{2}mR^2,$$

da cui segue

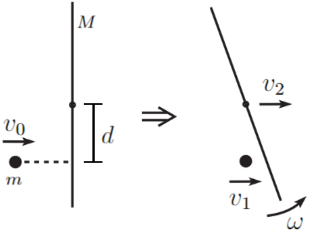
$$v_{\text{pieno}} > v_{\text{vuoto}} \quad \Longrightarrow \quad T_{\text{pieno}} < T_{\text{vuoto}}.$$

Provate a calcolare i risultati esatti:

$$T_{\text{vuoto}} = \sqrt{\frac{4H}{g\sin^2\alpha}}, \qquad T_{\text{pieno}} = \sqrt{\frac{3H}{g\sin^2\alpha}}.$$

Come si può intuire che debbano essere indipendenti dalla massa?

Urto con asta



1. *Nell'ipotesi di urto elastico, quanto valgono le velocità dei due corpi dopo l'urto? Quanto vale la velocità angolare con cui l'asta ruota attorno al suo centro di massa?*
2. *Nell'ipotesi di urto completamente anelastico, quanto valgono le velocità dei due corpi dopo l'urto? Quanto vale la velocità angolare con cui il corpo asta+pallina ruota attorno al suo centro di massa?*

Urto con asta: caso elastico

In questo caso, quantità di moto, energia cinetica e momento angolare sono tutte quantità conservate.
Come polo per il calcolo del momento angolare scegliamo la posizione del punto in cui avviene il contatto, perché, così facendo, il contributo della palla al momento angolare totale è nullo sia prima che dopo l'urto.

$$\begin{cases} mv_0 = m v_1 + M v_2, \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m v_1^2 + \frac{1}{2}M v_2^2 + \frac{1}{2}I\omega^2, \\ 0 = I\omega - Md v_2, \end{cases}$$

dove $I = \frac{1}{12}ml^2$ è il momento d'inerzia dell'asta calcolato rispetto al suo centro di massa. Abbiamo un sistema di tre equazioni in tre incognite. La soluzione è

$$v_1 = v_0 \frac{1 - \frac{M}{m} + \frac{Md^2}{I}}{1 + \frac{M}{m} + \frac{Md^2}{I}}, \quad v_2 = \frac{2v_0}{1 + \frac{M}{m} + \frac{Md^2}{I}}, \quad \omega = \frac{2v_0 Md}{I\left(1 + \frac{M}{m} + \frac{Md^2}{I}\right)}.$$

Urto con asta: caso anelastico

Per gli urti anelastici l'energia cinetica non si conserva. La condizione di *completa anelasticità* si traduce nel fatto che i due corpi si attaccano dopo l'urto.

$$\begin{cases} mv_0 = (m+M)\,v_{\mathrm{cm}}, \\ 0 = I_{\mathrm{cm}}\omega - (m+M)\left(d - \frac{m}{m+M}d\right) v_{\mathrm{cm}} = I_{\mathrm{cm}}\omega - Md\,v_{\mathrm{cm}}, \end{cases}$$

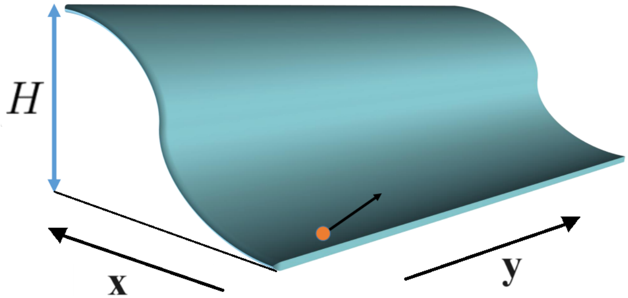
dove I_{cm} è il momento d'inerzia del nuovo oggetto, calcolato rispetto al suo centro di massa. Abbiamo un sistema di due equazioni in due incognite, la cui soluzione è

$$\begin{cases} v_{\mathrm{cm}} = \frac{m}{m+M} v_0, \\ \omega = \frac{Mm\,d}{(m+M)I_{\mathrm{cm}}} v_0. \end{cases}$$

Provate a ottenere il risultato

$$I_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{12}Ml^2 + \frac{Mm}{M+m}d^2.$$

Risalita lungo un gradino liscio
Ammissione SNS 1967



Due semipiani orizzontali, separati da una distanza verticale H*, sono raccordati da un gradino ondulato come in figura. Una pallina, che può muoversi senza attriti su queste superfici senza staccarsi da esse, viene lanciata con velocità di modulo* v *nel semipiano inferiore.*

Qual è il massimo rapporto $\frac{v_y}{v_x}$ *per cui la pallina riesce superare il gradino?*

Risalita lungo un gradino liscio

- Sulla pallina agiscono due forze: la forza peso e la reazione vincolare della superficie.
- In questo caso, la reazione vincolare è sempre perpendicolare alla velocità della pallina, quindi **non compie lavoro**. Ciò ci autorizza ad usare la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) = \frac{1}{2}m\left(v_{fx}^2 + v_{fy}^2\right) + mgH,$$

  dove v_{fx} e v_{fy} sono le componenti della velocità una volta che la pallina ha superato il gradino.
- Data la forma del gradino, non c'è nessuna forza applicata lungo la direzione y, dunque

$$v_y = v_{fy}.$$

Risalita lungo un gradino liscio

- Combinando i due risultati precedenti si ottiene

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}mv_{fx}^2 + mgH.$$

- il minimo valore di v_x che permette di superare il gradino è quello corrispondente alla condizione $v_{fx} = 0$, quindi

$$v_x = \sqrt{2gH}.$$

Di conseguenza

$$\frac{v_y}{v_x} = \sqrt{\frac{v^2}{2gH} - 1}.$$

Potete provare a dimostrare che, nel caso di superamento del gradino, i vettori velocità iniziale e finale obbediscono ad una sorta di legge di Snell!

Aprire un frigorifero

Ammissione SNS 2019

In una calda giornata estiva decidete di prendere una bevanda fresca dal frigo. Aprite la porta, prendete quello che volete e la richiudete. Subito dopo vi viene fame, quindi riaprite il frigo per prendere uno snack, ma vi accorgete che la porta mostra molta più resistenza.

Come si spiega qualitativamente questo fenomeno? Quanto vale la forza necessaria per aprire la porta del frigorifero?

Aprire un frigorifero

Spiegazione qualitativa: i frigoriferi hanno delle valvole che fanno in modo che l'aria fredda al loro interno abbia una pressione quasi identica a quella atmosferica. Ma il processo di scambio di molecole non è istantaneo.

- **Il frigorifero è rimasto chiuso per tanto tempo**: il processo di riequilibrio ha avuto tempo per avvenire, quindi la pressione al suo interno è praticamente pari a quella atmosferica.
- **Il frigorifero è stato chiuso poco fa**: l'aria al suo interno ha avuto tempo per raffreddarsi, ma la pressione non ha avuto tempo per riequilibrarsi. Quindi c'è bisogno di più forza per aprire la porta.

Proviamo a stimare quanta forza serve per aprire il frigo nel secondo caso. Dalla legge dei gas perfetti segue che

$$\frac{p_0 V}{T_0} = \frac{p_1 V}{T_1} \implies p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0} \approx p_0 \frac{275\,\mathrm{K}}{300\,\mathrm{K}} \approx 0.9\, p_0.$$

Per aprire il frigo serve esercitare una forza maggiore a quella dovuta alla differenza di pressione.

Aprire un frigorifero

La forza è

$$F = S\Delta p \approx S\,(p_0 - p_1) \approx 0.1\,p_0\,S,$$

dove

$$p_0 \approx 10^5\,\mathsf{Pa},$$
$$S \approx 0.5\,\mathsf{m}^2.$$

Quindi

$$F \approx 0.5 \times 10^4\,\mathsf{N} \approx 500\,\mathsf{kg} \cdot g.$$

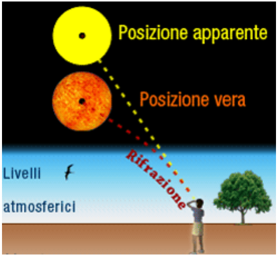
Questo numero è molto alto! Cosa abbiamo sbagliato? Intanto non è la forza che deve equilibrare la forza di pressione, ma, visto che la porta ha i perni da un lato, sono i momenti delle forze a doversi equilibrare (questa è una leva di secondo genere). Questo fa sì che la forza da applicare sia circa la metà del valore calcolato sopra, ma comunque rimane grande. Evidentemente il frigo non è a tenuta stagna! Inoltre, abbiamo assunto che tutta l'aria appena entrata si sia subito raffreddata a $275\,\mathsf{K}$. Questo non è realistico, soprattutto per un frigo abbastanza vuoto. L'esperienza ci dice che la forza è quella necessaria a sollevare un oggetto di pochi chili.

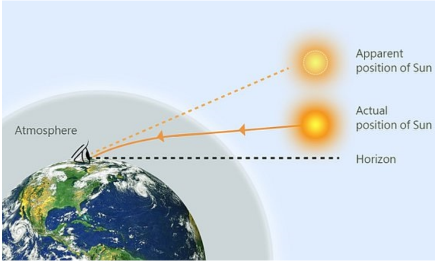
Direzione apparente delle stelle

Ammissione SNS 2014

L'indice di rifrazione dell'atmosfera cresce con continuità dall'atmosfera più alta, dove $n = 1$*, fino alla superficie terrestre, dove* $n = 1.0003$*.*

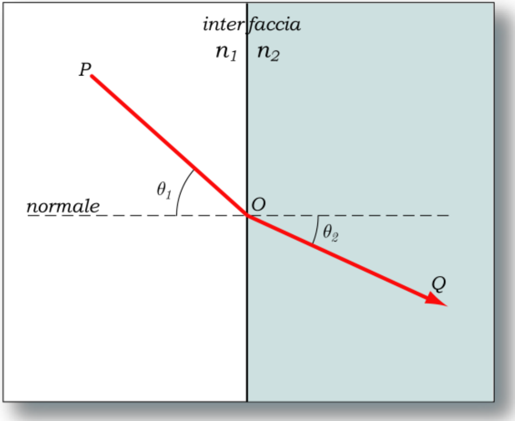
Esprimere la relazione tra gli angoli θ_{vero} *e* $\theta_{\text{apparente}}$*, dove* θ_{vero} *è l'angolo che definisce la vera direzione della luce proveniente da una stella, mentre* $\theta_{\text{apparente}}$ *definisce la direzione apparente della stella come percepita da un osservatore posto sulla superficie terrestre. Si ignori la curvatura della Terra.*



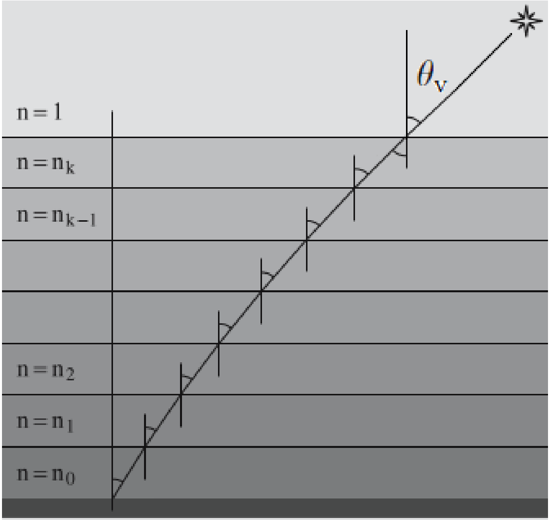


Legge di Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$



Direzione apparente delle stelle



Direzione apparente delle stelle

Se gli strati hanno uno spessore infinitesimo, l'indice di rifrazione è omogeneo al loro interno. Questo ci autorizza a considerare rettilineo il raggio di luce all'interno del singolo strato. Allora, legge di Snell vale per ogni coppia di strati consecutivi:

$$
\begin{aligned}
& n_0 \sin\theta_0 = n_1 \sin\theta_1, \\
& n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2, \\
& n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3, \\
& \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
& n_{k-1} \sin\theta_{k-1} = n_k \sin\theta_k, \\
& n_k \sin\theta_k = n_{\text{vuoto}} \sin\theta_{\text{vuoto}}.
\end{aligned}
$$

La catena di uguaglianze implica che

$$
n_0 \sin\theta_0 = n_{\text{vuoto}} \sin\theta_{\text{vuoto}} \Longrightarrow 1.0003 \cdot \sin\theta_{\text{apparente}} = 1 \cdot \sin\theta_{\text{vero}}
$$

$$
\Longrightarrow \theta_{\text{apparente}} = \arcsin\left(\frac{\sin\theta_{\text{vero}}}{1.0003}\right) < \theta_{\text{vero}}.
$$

Slides a cura di:

- Daniele Battesimo Provenzano,
- Nico Kleijne,
- Fabio Zoratti,
- Antonio Lombardi.

Questo https://uz.sns.it/~Batpov/slides.pdf è il link del file pdf di questa lezione.

A questo link https://uz.sns.it/~Batpov/Tecniche_di_Problem_Solving_in_Fisica.pdf trovate una dispensa che contiene parte degli argomenti appena trattati. Spargetela in giro!

DBP: *"dedicato ai miei compagni d'avventura, Fisici Bestiali".*


That's all Folks!